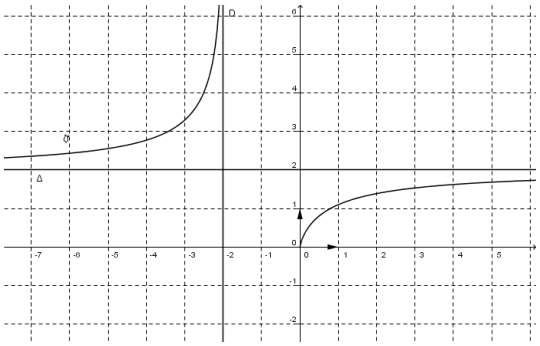
voisinage de -∞. $\lim\limits_{(-2)^-} f = +\infty$ alors (ζ_f) admet

D : x=-2 comme asymptote verticale au voisinage

de -2. $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = +\infty$ alors (ζ_f) admet une demi tangente

verticale au point O(0 ;0) d'équation $\begin{cases} x = 0 \\ y \geq f(0) = 0 \end{cases}$



b) voir figure :

3.a) $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} x - 2\ln(x+2) + \frac{1}{2}x\left(x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)\right) = 0 - 2\ln 2 + \frac{1}{2}\times 0\times 0 = -2\ln 2$ donc g est continue à droite en 0.

b) $\forall x \in]0,+\infty[$ g'(x)= f(x) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{g(x)-g(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{x-2\ln(x+2)+2\ln 2}{x}\right) + \dfrac{1}{2}x\ln\left(\dfrac{x+2}{x}\right)$

$= \lim\limits_{x\to 0^+}\left(1 - \dfrac{2\ln\left(\frac{x+2}{2}\right)}{x} + \dfrac{1}{2}x\ln\left(\dfrac{x+2}{x}\right)\right)$

$\lim\limits_{x\to 0}\left(1 - \dfrac{\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}{\frac{2}{x}}\right) + \dfrac{1}{2}x\ln\left(\dfrac{x+2}{x}\right) = 1-1+0 = 0 = f(0)$ car $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln\left(1+\frac{x}{2}\right)}{\frac{x}{2}} = \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{\ln(1+t)}{t} = 1$ donc g'(0) = f(0) or

$\forall x \in]0,+\infty[$ g'(x)= f(x) donc $\forall x \in [0,+\infty[$ g'(x)= f(x) et par suite g est la primitive de f sur $[0,+\infty[$

4.a) $\ln(u_n) = \ln\left[\left(1+\dfrac{2}{n}\right)^{n+1}\right] = (n+1)\ln\left(1+\dfrac{2}{n}\right) = n\ln\left(1+\dfrac{2}{n}\right) + \ln\left(1+\dfrac{2}{n}\right) = f(n) + \ln\left(1+\dfrac{2}{n}\right)$

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln\left(1+\dfrac{2}{n}\right) = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} f(n) = 2$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln(u_n) = 2$ d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e^2$

Exercice N°4 : 1) $x \mapsto x$ est continue sur IR, en particulier sur $[1,+\infty[$ de plus $x \mapsto \ln x$ est continue sur $]0,+\infty[$ et $\forall x \in [1,+\infty[$ *on a* : $\ln x \geq 0$ *alors* $x \mapsto \sqrt{\ln x}$ est continue sur $[1,+\infty[$ ainsi f est continue sur $[1,+\infty[$.

2) a) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x\sqrt{\ln x}}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x\ln x}{(x-1)\sqrt{\ln x}} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\ln x}{x-1}\times\dfrac{x}{\sqrt{\ln x}} = +\infty$ ainsi f n'est pas dérivable à droite en 1 d'où (C) admet au point d'abscisse 1 une demi-tangente verticale dirigée vers le haut.

b) f est dérivable sur $]1,+\infty[$ et on a : $f'(x) = \sqrt{\ln x} + x.\dfrac{\frac{1}{x}}{2\sqrt{\ln x}} = \sqrt{\ln x} + \dfrac{1}{2\sqrt{\ln x}} > 0$

x	1		$+\infty$
f'(x)	‖	+	
f(x)	‖ 0	↗	$+\infty$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x\sqrt{\ln x} = +\infty$

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...